الفصل الرابع

الجريانات الارتشاحية المنتظمة للسائل غير القابل للانضغاط في الوسط المسامي عند نظام الدفع المائي

الجريان المنتظم هو الجريان الارتشاحي للسائل عندما تكون سرعة الارتشاح والضغط تابعين فقط لإحداثية واحدة ، مطابقة لاتجاه التيار . ولقد سبق وذكرنا بأنه عندما لاتتعلق الكثافة بالضغط ، أو بتعبير آخر يكون السائل غير قابل للانضغاط ، فيدعى الجريان مستقراً . سندرس في هذا الفصل ثلاثة أنواع من الجريانات المنتظمة المستقرة وهي :

الجريان الأحادي المنتظم، الجريان الدائري الشعاعي ، الجريان الكروي الشعاعي.

تعتبر الجريانات الارتشاحية الثلاثة هذه ، النماذج المبسطة للجريانات الحقيقية التي تحدث لدى استثمار المكامن النفطية والغازية ، التي تلعب دوراً هاماً لدى حل بعض العمليات الحقلية .

إن بحث الجريان الارتشاحي المستقر تتضمن تعيين مايلي في أية نقطة من الطبقة :

١) الإنتاجية (الصرف) .

٢) الضغط .

٣) تدرج الضغط .

٤) سرعة الارتشاح .

٥) قوانين حركة ذرات السائل أو الغاز على طول مساراتها .

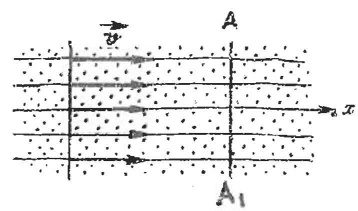
٦) الضغط الوسطي في الفراغات المسامية .

٤-١- الجريان الأحادي المنتظم :

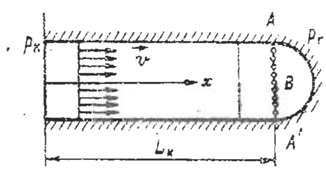
٤-١-١- وصفه :

إن المسارات التي تسلكها جزيئات السائل في هذا الجريان تكون مستقية ومتوازية وسرعة الارتشاح في أي مقطع عمودي $(A\,A_1)$ على هذه المسارات تكون متساوية . وقوانين الحركة على كافة مسارات هذا الجريان ستكون متماثلة ، لذلك تكفي دراسة الحركة على مسار واحد من هذه المسارات ، والذي يعبر عنه بمحور إحداثي واحد ، وليكن x (الشكل رقم ٤-١) .

يتم الجريان الأحادي المنتظم مخبرياً وحقلياً : ففي المخبر يمكن أن يتم عند مرور السائل أو الغاز عبر عينة صخرية أسطوانية أو أنبوبة ذات مقطع ثابت معبأة بوسط مسامي .



شكل (٤-١) مخطط الجريان الارتشاحي الأحادي المنتظم



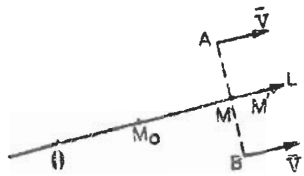
شكل (٤-٢) مخطط الجريان الأحادي المنتظم إلى مجموعة من الآبار

أما حقلياً فيمكن أن يحدث مثل هذا الجريان في أجزاء من الطبقة المنتجة لدى جريان السائل إلى مجموعة من الآبار وذلك إذا أخذت الطبقة ذات السماكة الثابتة شكلاً مستطيلاً (الشكل ٤-٢) . عند استغلال مجموعة من الآبار ذات الإنتاجية المتساوية $(A\,A')$ التي تخترق طبقة ذات سماكة ثابتة (b) وعرض ثابت (B) ، لدى ثبات ضغط القاع P_c وكونتور التغذية P_K فإن جريان السائل إلى الآبار سوف يكون أحادياً منتظماً (باستثناء المنطقة المجاورة للآبار التي ستنحني فيها مسارات الجريان) .

يمكن اعتبار حركة السائل أحادية منتظمة إذا ضغطت المسافة بين الآبار (تبديل

مجموعة الآبار بقناة) .

لنفترض أن المحور L متجهه على طول الحركة الأحادية المنتظمة للجريان (الأفقية أو المائلة) انظر الشكل (٤-٣) .



شكل (٤-٣)

إعتماداً على القانون الخطي للارتشاح :

$$v = \frac{Q}{F} = -\frac{K}{\mu}\gamma\frac{dh}{dL} =$$

$$= -\frac{K}{\mu}\frac{dP^*}{dL} \qquad (١-٤)$$

حيث إن : F ـ سطح المقطع العرضي AB للجريان الأحادي المنتظم .

Q ـ الكمية المصروفة من السائل خلال هذا المقطع .

h ـ مقدار الضخ .

P^* ـ الضغط المصغر في النقطة M .

إن مقدار الضخ والضغط المصغران يتناقص دوماً باتجاه حركة جريان السائل (بهذه الحالة في الاتجاه الموجب للمحور L) ولهذا السبب وللانتقال من النقطة M إلى النقطة M' فإن dL سيكون موجباً وتغير الضغط المصغر dP^* سيكون سالباً وبالتالي فإن $\frac{dh}{dL}$ ، $\frac{dP^*}{dL}$ سيأخذان قيمة سالبة ، فعلينا إذاً وضع إشارة ناقص في الطرف الأيمن من المعادلة (٤-١) ، وقيمة $\frac{dP^*}{dL}$ توضح تغير الضغط خلال واحدة الطول ،ويسمى بتدرج الضغط .

إذا تحركت جزيئـات السـائل مـن النقطـة M إلى 'M مسـافة dL ، فإنهـا سـوف تسـتغرق زمنـاً dt لذلـك تكتـب علاقـة سـرعة الارتشـاح بالسـرعة الوسـطية لحركـة جزيئات السائل بالمعادلة (١-٤٢) على الشكل التالي :

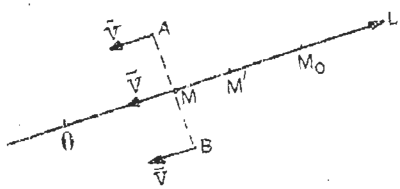
$$v = m \cdot u = m \cdot \frac{dL}{dt} \qquad (٤-٢)$$

أما عندما تتحرك ذرات السائل في الاتجاه المعـاكس للاتجـاه الموجـب للمحـور L كما في الشكل (٤-٤) ، بقيمة dL ، ستأخذ المعادلة (٤-١) الشكل التالي :

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{K}{\mu} \frac{dP^*}{dL} \qquad (٤-٣)$$

ومنه :

$$v = -m \cdot u = -m \frac{dL}{dt} \qquad (٤-٤)$$



شكل (٤-٤)

٤-١-٢- الجريان الأحادي المنتظم حسب قانون الارتشاح الخطي :

سندرس في هذه الفقرة أبسط أنواع الجريانـات الأحادية المنتظمـة الـذي يتصـف بمايلي :

١) جريان أفقي .

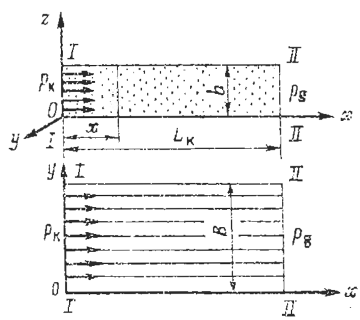
٢) جريان مستقر .

٣) السائل غير قابل للانضغاط .

لنفرض أنه لدينا طبقة أفقية ذات سماكة b وعرض B وأن الضغط عند المقطع OA المنطبق على كونتور التغذية ثابت وقيمته P_K ، والضغط عند المقطع BC ، الذي يبعـد

عن كونتور التغذية مسافة L_K ،له قيمة ثابتة P_g (يمثل المقطع BC صف من الآبار) ، كما في الشكل (٤-٥) ، ولنفرض أن الإحداثيات OX منطبقة على مسار الجريان أما OY فينطبق على جبهة كونتور التغذية لذلك تكفي دراسة هذا النوع من الجريانات على طول الإحداثية ox فقط .

الشكل (٤-٥) يوضح المقطعين العمودي والأفقي للجريان ، فالمقطع العمودي OABC يقع في المستوي العمودي المحدد بالإحداثيات xz ، وينطبق المستوي xy على مستوي الطبقتين الفوقية والتحتية غير النفوذتين .



شكل (٤-٥) : المقطعين العمودي والأفقي للجريان الأحادي المنتظم

لنفرض أن الضغط ينسب إلى المستوي xy ، فالضغط الحقيقي في أية من هذا المستوي سيساوي الضغط المصغر لنفس النقطة .

إن الضغط الحقيقي عند كونتور التغذية P_k سيكون ثابتاً على طول OD ، الذي يمثل خط كونتور التغذية ، والضغط الحقيقي عند قناة الإنتاج P_g سيكون ثابتاً على طول EF ، الذي يمثل قناة الإنتاج ، حيث أن قناة الإنتاج تمثل صفاً من الآبار الإنتاجية عندما تنتهي المسافة بينها إلى الصفر .

إن الهدف من هذه الدراسة هو تعيين كل من الضغط وتدرج الضغط والسرعة في أية نقطة من مقطع الجريان الارتشاحي . وكذلك تعيين الإنتاجية وقوانين الحركة

بفرض ثبات كل من النفوذية K ، المسامية m ، L_K ، وإنتاجية القناة Q .

يمكن كتابة معادلة الحركة في النقطة M التي تبعد مسافة x عن مبدأ الإحداثيات، على النحو التالي :

$$dP = \frac{Q \cdot \mu}{F \cdot K} dx : F = a \cdot b \qquad (٤-٥)$$

لتعيين الضغط في النقطة M نكامل المعادلة (٤-٥) :

$$\int_{P_K}^{P} dP = - \frac{Q \cdot \mu}{F \cdot K} \int_{0}^{x} dx$$

ومنه

$$P = P_K - \frac{Q \cdot \mu}{F \cdot K} \cdot x \qquad (٤-٦)$$

ولتعيين إنتاجية القناة نقوم بمكاملة المعادلة (٤-٥) عند حدود ثابتة ومعروفة وهي $[P_K \rightarrow P_g]$ ، $[0 \rightarrow L_K]$:

$$\int_{P_K}^{P_g} dP = - \frac{Q \cdot \mu}{F \cdot K} \int_{0}^{L_K} dx$$

ومنه :

$$Q = \frac{F \cdot K}{\mu} \frac{P_K - P_g}{L_K} \qquad (٤-٧)$$

كذلك يمكن الحصول على المعادلة (٤-٧) من المعادلة (٤-٦) بعد تعويض القيم التالية $x = L_K$ ، $P = P_g$.

نقوم الآن بتعويض قيمة Q من المعادلة (٤-٧) في المعادلات (٤-٥)،(٤-٦) ، (٤-١) فنحصل على تـدرج الضغط والضغط وسرعة الارتشاح في أية نقطة من نقاط الجريان .

$$\frac{dP}{dx} = - \frac{P_K - P_g}{L_K} \qquad (٤-٨)$$

$$P = P_K - \frac{P_K - P_g}{L_K} \cdot x \qquad (٤-٩)$$

$$v = \frac{K}{\mu} \frac{P_K - P_g}{L_K} \qquad (٤-١٠)$$

إن المعادلتين (٤-٧) ، (٤-١٠) تحققـان كلياً المؤشرات المطلوبة للجريان الارتشاحي ، ليس فقط في المستوى xy ، بل لكل المجال الفراغي المدروس من الطبقة. كذلك يمكن تعيين تدرج الضغط والضغط وسرعة الارتشاح في أية نقطة من الطبقة بالمعادلات المذكورة بعد تعويض القيم P_K ، P_g ، P بالقيم المصغرة لها P_K^* ، P_g^* ، P^* .

لننتقل الآن إلى بحث علاقة انتقال ذرات السائل على مساراتها ، بالزمن وبالتالي الحصول على قانون حركة ذرات السائل على مساراتها . من العلاقة (٤-٢) ، (٤-١٠) يمكن الحصول على مايلي :

$$dt = \frac{m \cdot \mu \cdot L_K}{K\left(P_K - P_g\right)} dx \qquad (٤-١١)$$

نكامل هذه المعادلة ضمن الحدود $[\, t \rightarrow o \,]$, $[\, x \rightarrow o \,]$ ، فنحصل على قانون حركة ذرات السائل على طول المسارات ، وعند أوقات زمنية مختلفة ، حيث يمكن تحديد الزمن اللازم لقطع المسافة x ، ابتداءً من النقطة (O) ، بالمعادلة التالية :

$$t = \frac{m \cdot \mu \cdot L_K}{K\left(P_K - P_g\right)} x \qquad (٤-١٢)$$

أما حساب الضغط الوسطي في الفراغات المسامية يمكن أن يتم كما يلي :

$$\bar{P} = \frac{1}{V_p} \int_{V_p} P \, dV_p \qquad (٤-١٣)$$

وفي حالتنا هذه فإن :

$$\left.\begin{aligned} V_p &= m \cdot B \cdot b \cdot L_K \\ dV_p &= m \cdot B \cdot b \cdot dx \end{aligned}\right\} \qquad (٤-١٤)$$

وبتعويض هذه القيم وقيمة الضغط من المعادلة (٤-٩) في المعادلة (٤-١٣) ثم إجراء التكامل نحصل على قيمة الضغط الوسطي في الفراغات المسامية :

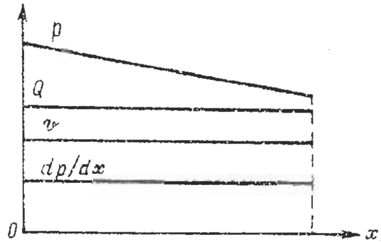
$$\bar{P} = \frac{P_K + P_g}{2} \qquad (٤-١٥)$$

إن تحليل المعادلات السابقة يقود إلى الاستنتاجات التالية :

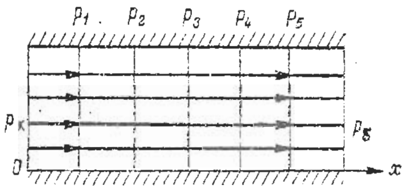
١) يتوزع الضغط الطبقي على طول خط الجريان (الإحداثية ox) حسب قانون

الارتشاح الخطي (الشكل ٤-٦) وسيكون الضغط متساوياً في كافة نقاط المستوي yox التي تبعد مسافة ثابتة x عن كونتور التغذية ، أي يمكن القول :

$$x = const \qquad (٤-١٦)$$



شكل (٤-٦) : تغير خصائص الجريان الارتشاحي الأحادي المنتظم على طول خط الجريان .



شكل (٤-٧) : الحقل الهيدروديناميكي للجريان الارتشاحي الأحادي المنتظم .

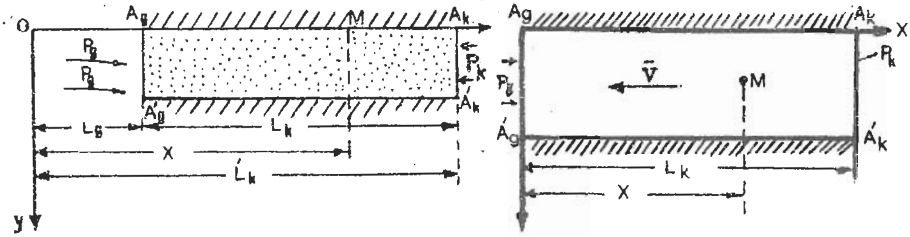
حيث تعتبر هذه المعادلة معادلة خطوط الإيزوبار (خطوط تساوي الضغط) وتتمثل هذه الخطوط بالخطوط الأفقية المتعامدة مع المحور ox ، وإذا أهمل وزن عمود السائل ، فإنه يمكن اعتبار المستويات العمودية والمتعامدة مع المحور ox ، مستويات تساوي الضغط . وفي الجريان الأحادي المنتظم المستقر ستشكل الخطوط المتعامدة مع (ox) مجموعة من خطوط تساوي الضغط متساوية البعد عن بعضها ، أما الخطوط المستقيمة المتساوية البعد عن بعضها البعض والموازية لـ ox فتمثل مجموعة مسارات الحركة . أما جملة خطوط تساوي الضغط ومسارات الحركة ستشكل مجالاً يسمى بالمجال الهيدروديناميكي (الشكل ٤-٧) .

٢) سيكون لتدرج الضغط وسرعة الارتشاح والإنتاجية قيماً ثابتة على طول المحور ox وبالتالي لاتتعلق بقيمة x ، هذا مايوضحه الشكل (٤-٦) .

٣) نلاحظ من المعادلة (٤-١٢) العلاقة الخطية التي تربط بين المسافة x والزمن t مع أن الجريان يتم بسرعة ثابتة .

٤) إن الضغط الوسطي في الطبقة هو نصف مجموع ضغط كونتور التغذية P_K وضغط القناة P_g وهذا يتوافق مع التوزع الخطي (٤-٩) للضغط في الطبقة .

ولإجراء المقارنة مع الجريان الدائري نقوم بتوجيه محور x في الإتجاه المعاكس لحركة ذرات السائل حيث تختار الإحداثيات كما هو موضح في الشكلين (٤-٤) و (٤-٨) .



a b

شكل (٤-٨) : المقطع الأفقي للطبقة ،اتجاه الجريان بعكس اتجاه المحور

من المعادلة (٤-٣) يمكن الحصول على :

$$\int_{P_K}^{P} dP = \frac{Q \cdot \mu}{K \cdot F} \int_{L'_K}^{x} dx$$

ومنه :

$$P = P_K - \frac{Q \cdot \mu}{K \cdot F} \left(L'_K - x \right) \qquad (٤-١٧)$$

نكامل هذه المعادلة عند حدود معينة :

$$\int_{P_K}^{P_g} dP = \frac{Q \cdot \mu}{K \cdot F} \int_{L'_K}^{L_g} dx$$

ومنه :

$$Q = \frac{K \cdot F}{\mu} \frac{P_K - P_g}{L'_K - L_g} \qquad (٤-١٨)$$

من المعادلتين (٤-١٧) ، (٤-١٨) حيث Q = cons t نحصل على :

$$\frac{P_K - P}{P_K - P_g} = \frac{L'_K - x}{L'_K - L_g} \qquad (٤-١٩)$$

وهكذا يتبين أنه إذا كان الضغط P_K ، P_g في المقطعين $A_K A'_K$ ، $A_g A'_g$ غير

ثابتٍ ويتعلق بالزمن،فإن المعادلات (٤-٧)،(٤-١٠) ، (٤-١٨) ، (٤-١٩) ستبقى صالحة وذلك لأن فرق الضغط سيبقى ثابتاً لكي تبقى الإنتاجية ثابتة . وبما أننا اعتبرنا أن السائل والوسط المسامي في هذه الحالة غير قابلين للانضغاط ، فإن تغير الضغط وتوزعه يجب أن يكون لحظياً ، أي تابعاً للزمن . لذلك مهما تغير الضغط على حدود الطبقة في المقاطع A_K ، A_g ، فإن توزع الضغط وسرعة الارتشاح في أي وقت سيكونان وكأن الجريان مستقراً . وبما أن P_K ، P_g يعتبر تابعاً للزمن فإن الإنتاجية وتدرج الضغط وسرعة الارتشاح والضغط كذلك تعين كتابع للزمن .

٤-١-٣- الجريان الأحادي المنتظم حسب قانون الارتشاح غير الخطي :

لقد وضحنا هذا الجريان بالشكل (٤-٥) ولكننا سندرس هذا الجريان حسب قانون الارتشاح غير الخطي ، لذلك ستكون المعادلة المميزة لهذا الجريان على النحو التالي :

$$v = \frac{Q}{F} = C\left(-\frac{dP}{dx}\right)^{1/n} ; 1 \le n \le 2 \qquad (٤-٢٠)$$

ومنه :

$$dP = -\left(\frac{Q}{C\,F}\right)^{n} dx \qquad (٤-٢١)$$

حيث إن n , C - قيم ثابتة ، F - سطح الارتشاح ويحدد بالمعادلة (٤-٥) ، وإشارة الناقص في المعادلة وضعت لنفس السبب الذي وضعت من أجله في المعادلة (٤-٥) .

نكامل المعادلة (٤-٢١) عند الحدود $[P_K \rightarrow P]$ ، $[0 \rightarrow x]$ ، فنحصل على:

$$P = P_K - \left(\frac{Q}{C\,F}\right)^{n} . x \qquad (٤-٢٢)$$

وللحصول على الإنتاجية نكامل عند الحدود $[P_K \rightarrow P_g]$ ، $[0 \rightarrow L_K]$:

$$Q = C\,F\left(\frac{P_K - P_g}{L_K}\right)^{1/n} \qquad (٤-٢٣)$$

نعوض قيمة Q في المعادلتين (٤-٢١) ، (٤-١) فنجد :

$$P = P_K - \frac{P_K - P_g}{L_K} \cdot x \qquad (٤-٢٤)$$

$$v = -C\left(\frac{P_K - P_g}{L_K}\right)^{1/n} \qquad (٤-٢٥)$$

نلاحظ من المعادلة (٤-٢٤) أن توزع الضغط حسب قانون الارتشاح غير الخطي تتطابق تماماً مع معادلة توزع الضغط لنفس الجريان عند الجريان المماثل حسب قانون الأرتشاح الخطي ، لذلك يمكن استخدام نفس التحليل للمعادلات عند الجريان الخطي حيث يمكننا استنتاج مايلي :

١) إن علاقة الضغط بالمسافة x خطية حيث إن الخط البيرومتري هنا يجب أن يكون مستقيماً .

٢) سرعة الارتشاح وتدرج الضغط ثابتين ولايتعلقان بالمسافة x .

٣) إن الإنتاجية Q ثابتة لاتتعلق بالمسافة x،ولكن من المعادلتين (٤-٢٣)، (٤-٢٥) نجد أن للإنتاجية Q وسرعة الارتشاح v نفس العلاقة مع تدرج الضغط ، حيث إن هذه العلاقة منتظمة ثابتة وهذا يفسر بتحرك ذرات السائل بانتظام على طول مساراتها .

٤-٢- الجريان الدائري الشعاعي :

٤-٢-١- وصفه :

ليكن لدينا طبقة أفقية ذات سماكة ثابتة وامتداد غير محدود ، حفر فيها بئر اخترقها بشكل كامل ، بحيث بقيت الطبقة مفتوحة ، مثل هذا البئر سمي بالبئر التام هيدروديناميكياً . لدى استخراج السائل من هذه الطبقة ، ستتحرك ذراته بخطوط مستقيمة أفقية بشكل شعاعي باتجاه مركز البئر . يسمى مثل هذا الجريان بالجريان الدائري الشعاعي ، حيث سيتم الجريان ضمن مستوى أفقي وسيتشابه هذا الجريان مع الجريانات في المستويات الأفقية الأخرى ، لذلك فلدراسة هذا النوع من الجريانات تكفي دراسة الجريان ضمن مستوى واحد من هذه المستويات الأفقية . والشكل (٤-٩) يمثل المقطع الأفقي للجريان الارتشاحي الدائري الشعاعي بينما يمثل